FICHE METHODE « FONCTIONS LINEAIRES »

1. SAVOIR RECONNAITRE UNE FONCTION LINEAIRE

On réduit l'expression de *f(x)*. La fonction est linéaire si on obtient une expression de la forme *ax* (il ne doit pas y avoir de x^2, de x au dénominateur…)

Exemples :

$x \mapsto 5x$ est une fonction linéaire (coef 5)

$x \mapsto -4x$ est une fonction linéaire (coef -4)

$x \mapsto \frac{x}{7}$ est une fonction linéaire (coef $\frac{1}{7}$, en effet $\frac{x}{7} = \frac{1}{7}x$)

$x \mapsto x$ est une fonction linéaire (coef 1, en effet $x = 1x$)

$x \mapsto -x$ est une fonction linéaire (coef – 1, en effet $-x = -1x$)

$x \mapsto \frac{-7x}{9}$ est une fonction linéaire (coef $\frac{-7}{9}$, en effet $\frac{-7x}{9} = \frac{-7}{9}x$)

$x \mapsto 2x^2$ n'est pas une fonction linéaire (x^2)

$x \mapsto \frac{5}{x}$ n'est pas une fonction linéaire (x au dénominateur)

$f : x \mapsto (x+6)^2 - (x-4)(x-9)$ est-elle une fonction linéaire ?

$f(x) = (x+6)^2 - (x-4)(x-9)$ ← *On réduit l'expression.*

$f(x) = x^2 + 12x + 36 - [x^2 - 9x - 4x + 36]$

$f(x) = x^2 + 12x + 36 - x^2 + 9x + 4x - 36$

$f(x) = 25x$ ← *f est la fonction linéaire de coefficient 25.*

2. SAVOIR CALCULER L'IMAGE D'UN NOMBRE PAR UNE FONCTION LINEAIRE

Rétablir les signes « × » sous-entendus dans l'expression de *f(x)* et remplacer *x* par la valeur donnée, puis calculer.

Exemple : Calculer l'image de – 3 par la fonction $f : x \mapsto \frac{5}{6}x$

$f(x) = \frac{5}{6} \times x$ ← *On rétablit le signe ×*

$f(-3) = \frac{5}{6} \times (-3) = \frac{-5 \times 3}{2 \times 3} = \frac{-5}{2}$ ← *On remplace x par – 3 puis on calcule en respectant les priorités*

3. SAVOIR CALCULER L'ANTECEDENT D'UN NOMBRE PAR UNE FONCTION LINEAIRE

Par une fonction linéaire, chaque nombre n'a qu'un seul antécédent. Pour trouver l'antécédent d'un nombre donné, on résout une équation.

(« expression de *f(x)* = nombre donné »).

Exemple : Trouver l'antécédent de – 4 par la fonction $f : x \mapsto -6x$.

$-6x = -4$ ← *On résout l'équation – 6x = – 4*

$x = \frac{-4}{-6}$

$x = \frac{2}{3}$ ← *L'antécédent de – 4 par la fonction f est $\frac{2}{3}$*

4. SAVOIR DETERMINER UNE FONCTION LINEAIRE

Déterminer une fonction linéaire revient à trouver son coefficient.

A retenir : $coefficient = \frac{image}{antécédent}$.

Exemple : Déterminer la fonction linéaire *f* telle que *f*(– 8) = 14.

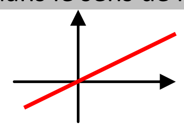
Le coefficient de *f* est $\frac{14}{-8} = \frac{-14}{8} = \frac{-7}{4}$ $\quad (ou \quad -1{,}75)$

La fonction *f* est $f : x \mapsto \frac{-7}{4}x$.

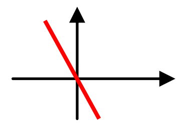
5. SAVOIR REPRESENTER GRAPHIQUEMENT UNE FONCTION LINEAIRE

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.

Si le coefficient est positif, la droite « monte » dans le sens de la lecture).



Si le coefficient est négatif, la droite « descend ».



Exemple : Représenter graphiquement la fonction $f : x \mapsto \frac{-2x}{3}$

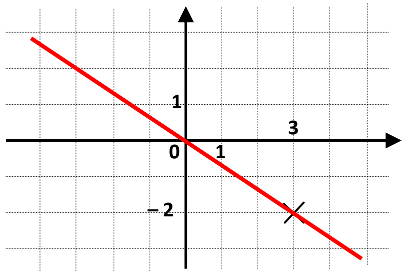
f est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère. ← *On précise la forme de la représentation graphique (leçon)*

$$f(3)=\frac{-2\times 3}{3}=-2$$

On cherche les coordonnées d'un 2ème point de la droite. Pour cela, on CHOISIT une valeur et on calcule son image par f. Ici, on a choisi un multiple de 3 pour que le résultat soit un nombre entier.

La droite passe par le point de coordonnées (3 ; – 2).

3 est le nombre choisi, – 2 est son image.



On place l'origine et le point de coordonnées (3 ; – 2), puis on trace la droite.
On vérifie le sens de la droite (ici, le coef est négatif, la droite doit descendre).

6. SAVOIR TRADUIRE UN POURCENTAGE D'AUGMENTATION OU DE REDUCTION PAR UNE FONCTION LINEAIRE

Augmenter un nombre de p %, c'est multiplier ce nombre par $\frac{100+p}{100}$

Fonction linéaire associée : $f: x \mapsto \frac{100+p}{100}x$

On calcule 100 % du nombre + p % du nombre.

Diminuer un nombre de p %, c'est multiplier ce nombre par $\frac{100+p}{100}$

Fonction linéaire associée : $f: x \mapsto \frac{100-p}{100}x$

On calcule 100 % du nombre – p % du nombre.

EXEMPLES :

Augmenter de 23 %, c'est multiplier par $\frac{100+23}{100}=\frac{123}{100}=1{,}23$ $\quad x \mapsto 1{,}23x$

Augmenter de 2 %, c'est multiplier par $\frac{100+2}{100}=\frac{102}{100}=1{,}02$ $\quad x \mapsto 1{,}02x$

Diminuer de 16 %, c'est multiplier par $\frac{100-16}{100}=\frac{84}{100}=0{,}84$ $\quad x \mapsto 0{,}84x$

Pour les applications suivantes, on retiendra le schéma :

Ancien prix $\xrightarrow{\times\ .,...}$ Nouveau prix

Application 1 : Savoir trouver le nouveau prix après augmentation ou réduction

Un objet, qui coûtait 13 € augmente de 15 %. Quel est son nouveau prix ?

Augmenter de 15 %, c'est multiplier par $\frac{100+15}{100}=\frac{115}{100}=1{,}15$

On traduit l'augmentation par un produit.

13 × 1,15 = 14,95.
Le nouveau prix est 14,95 €.

Ancien prix : 13 $\xrightarrow{\times 1{,}15}$ Nouveau prix : ?

Application 2 : Savoir trouver le pourcentage d'augmentation ou de réduction

Un objet qui coûtait 22 € est soldé 15,40 €. Quel est le pourcentage de remise ?

Ancien prix : 22 $\xrightarrow{\times ?}$ Nouveau prix : 15,40

Le prix a été multiplié par :

$$\frac{15{,}4}{22}=0{,}7$$

$\frac{\text{nouveau prix}}{\text{ancien prix}}$ *On retrouve :* $coef=\frac{image}{antécédent}$

$$0{,}7=\frac{70}{100}=\frac{100-30}{100}$$

On a payé 70 % du prix, on a donc eu une remise de 30 %.

Cela correspond à une remise de 30 %.

Application 3 : Savoir retrouver le prix de départ après augmentation ou réduction

Un objet coûte 12,66 € TTC. Quel est son prix hors taxe (HT) ? (TVA à 5,5 %).

Augmenter de 5,5 %, c'est multiplier par $\frac{100+5{,}5}{100}=\frac{105{,}5}{100}=1{,}055$

$$\frac{12{,}66}{1{,}055}=12$$

Ancien prix : ? $\xrightarrow{\times 1{,}055}$ Nouveau prix : 12,66

Le prix hors taxe est de 12 €.

Application 4 : Savoir faire des augmentations ou réductions successives

Un objet a augmenté de 20 %. Il est ensuite soldé à – 18 %. Est-il plus ou moins cher qu'au départ ? De quel pourcentage ?

Augmenter de 20 %, c'est multiplier par $\frac{100+20}{100}=\frac{120}{100}=1{,}2$.

Diminuer de 18 %, c'est multiplier par $\frac{100-18}{100}=\frac{82}{100}=0{,}82$.

Prix de départ $\xrightarrow{\times 1{,}2}$ *Prix intermédiaire* $\xrightarrow{\times 0{,}82}$ *Prix final*

Le prix a été multiplié par 1,2, puis par 0,82, soit par 1,2 × 0,82 = 0,984.

$0{,}984=\frac{98{,}4}{100}=\frac{100-1{,}6}{100}$. Cela correspond à une remise de 1,6 %.

L'objet soldé est moins cher que le prix de départ, de 1,6 %.