RACINES CARREES

1. CONNAITRE ET UTILISER LA DEFINITION DE $\sqrt{a}$ ET LA 1ERE PROPRIETE

Soit a un nombre positif :

- **$\sqrt{a}$ est un nombre positif et $(\sqrt{a})^2 = a$** *(définition)*
- $\sqrt{a^2} = a$ *(propriété)*

⚠ Toujours s'assurer que le nombre sous le signe $\sqrt{\ }$ est positif !

Exemples :

$\sqrt{16}$ existe car $16 \geq 0$ — $\sqrt{16} = 4$ car $4 \geq 0$ et $4^2 = 16$ *(définition)*

$\sqrt{-16}$ n'existe pas car $-16 < 0$

$-\sqrt{7}$ existe car $7 \geq 0$ — $-\sqrt{7}$ est l'opposé de $\sqrt{7}$

$\sqrt{2{,}4^2}$ existe car $2{,}4^2 \geq 0$ — $\sqrt{2{,}4^2} = 2{,}4$ *(propriété)*

$\sqrt{(-3)^2}$ existe car $(-3)^2 \geq 0$ — $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{3^2} = 3$ *(propriété)*

$\sqrt{-3^2}$ n'existe pas car $-3^2 < 0$

2. CONNAITRE ET UTILISER LES PROPRIETES DES PRODUITS ET QUOTIENTS DES RACINES CARREES

Soit a et b des nombres positifs :

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ **et** $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ *(b ≠ 0)*

⚠ $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

Exemples :

$\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$

$\dfrac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{98}{2}} = \sqrt{49} = 7$

3. CALCULER LE CARRE D'UNE EXPRESSION DU TYPE $5\sqrt{3}$

$A = 5\sqrt{3}^2$

$A = 5^2 \times (\sqrt{3})^2$ — *Le carré d'un produit est le produit des carrés : $(a \times b)^2 = a^2 \times b^2$*

$A = 25 \times 3$ — *Le carré de 5 est 25 ; le carré de $\sqrt{3}$ est 3, par définition.*

$A = 75$

4. ECRIRE SOUS LA FORME $a\sqrt{b}$, AVEC a ET b ENTIERS, b LE PLUS PETIT POSSIBLE.

Il faut connaître les premiers carrés : 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ; 81 ; 100 …

Exemple 1 :

$A = \sqrt{48}$ — *On cherche si 48 a un diviseur parmi les **carrés** ci-dessus.*

$A = \sqrt{16 \times 3}$ — *On choisit le plus grand : ici c'est **16**. On remplace 48 par **16** × 3*

$A = \sqrt{16} \times \sqrt{3}$ — *On utilise $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$. On sépare en deux $\sqrt{\ }$*

$A = 4\sqrt{3}$ — *On remplace $\sqrt{16}$ par 4 (et on supprime le signe ×, devenu inutile)*

Exemple 2 :

$B = 7\sqrt{45}$ — *On transforme $\sqrt{45}$ comme dans l'exemple 1*

$B = 7 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5}$ — *45 est dans la table de **9**. On remplace 45 par **9** × 5*

$B = 7 \times 3 \times \sqrt{5}$ — *On remplace $\sqrt{9}$ par 3*

$B = 21\sqrt{5}$ — *On calcule 7 × 3*

Exemple 3 :

$C = \sqrt{50} - 5\sqrt{32} + 3\sqrt{8}$ — On transforme chaque terme ($\sqrt{50}$; $5\sqrt{32}$ et $3\sqrt{8}$) comme dans les exemples précédents.

$C = \sqrt{50} - 5\sqrt{32} + 3\sqrt{8}$

*(50 = **25** × 2 ; 32 = **16** × 2 ; 8 = **4** × 2)*

$C = \underbrace{\sqrt{25}} \times \sqrt{2} - 5 \times \underbrace{\sqrt{16}} \times \sqrt{2} + 3 \times \underbrace{\sqrt{4}} \times \sqrt{2}$

($\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{4} = 2$)

$C = 5\sqrt{2} - \underbrace{5 \times 4} \times \sqrt{2} + \underbrace{3 \times 2} \times \sqrt{2}$

$C = 5\sqrt{2} - 20\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

On réduit (comme $5x - 20x + 6x$…)

$C = -9\sqrt{2}$

5. UTILISER LES IDENTITES REMARQUABLES

A CONNAITRE :

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Exemple 1 :

$D = (5+\sqrt{3})^2$ *On reconnaît la 1ère identité remarquable*

$D = \underbrace{25}_{\text{Carré de } 5} + \underbrace{2\times 5\times\sqrt{3}}_{\text{Double produit}} + \underbrace{3}_{\text{Carré de } \sqrt{3}}$

$D = 28 + 10\sqrt{3}$ *On réduit 25 + 3, et le double produit (2 × 5 = 10)*

Exemple 2 :

$E = (4-5\sqrt{2})^2$ *On reconnaît la 2ème identité remarquable*

$E = \underbrace{16}_{\text{Carré de } 4} - \underbrace{2\times 4\times 5\sqrt{2}}_{\text{Double produit}} + \underbrace{25\times 2}_{\text{Carré de } 5\sqrt{2}}$

Pour le carré de $5\sqrt{2}$, voir le 3°.
(carré de 5 × carré de $\sqrt{2}$)

$E = 16 - 40\sqrt{2} + 50$ *On réduit 25 × 2, et le db produit (2 × 4 × 5 = 40)*

$E = 66 - 40\sqrt{2}$ *On réduit 16 + 50.*

Exemple 3 :

$F = (\sqrt{7}-6)(\sqrt{7}+6)$ *On reconnaît la 3ème identité remarquable*

$F = \underbrace{7}_{\text{Carré de } \sqrt{7}} - \underbrace{36}_{\text{Carré de } 6}$

$F = -29$