NOMBRES RELATIFS

ADDITION DE DEUX NOMBRES DE MÊME SIGNE :

- On conserve le signe commun aux deux nombres ;
- Puis, on additionne les distances à zéro.

3 + 8 = 11

– 7 – 9 = – 16

ADDITION DE DEUX NOMBRES DE SIGNES CONTRAIRES :

- On garde le signe du nombre ayant la plus grande distance à zéro ;
- Puis, on soustrait les distances à zéro.

– 4 + 7 = 3
(On garde le signe + de 7
On soustrait : 7 – 4 = 3)

6 – 13 = – 7
(On garde le signe – de – 13
On soustrait : 13 – 6 = 7)

SOUSTRACTION DE DEUX NOMBRES RELATIFS :

Pour soustraire un nombre, on additionne son opposé.

12 – (– 3) = 12 + 3 = 15

– 8 – (– 2) = – 8 + 2 = – 6

– 1 – (– 8) = – 1 + 8 = 7

MULTIPLICATION DE DEUX NOMBRES RELATIFS :

- On applique la règle des signes suivante :
  - → *Le produit de deux nombres de même signe est positif ;*
  - → *Le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.*
- Puis, on multiplie les distances à zéro.

7 × 4 = 28

(– 3) × (– 6) = 18

– 5 × 8 = – 40

9 × (– 3) = – 27

SIGNE DU PRODUIT DE PLUSIEURS NOMBRES RELATIFS :

On compte le nombre de facteurs NEGATIFS.

- Si le nombre de facteurs négatifs est pair, le produit est positif ;
- Si le nombre de facteurs négatifs est impair, le produit est négatif.

5 × (– 4) × (– 7) × (– 2) × (– 3) est POSITIF (**4** facteurs négatifs)

(– 4)× (– 1) × 5 × (– 7) × (– 2) × (– 3) × 8 est NÉGATIF (**5** facteurs négatifs)

DIVISION DE DEUX NOMBRES RELATIFS

- On applique la règle des signes suivante (la même que pour le produit) :
  - → *Le quotient de deux nombres de même signe est positif ;*
  - → *Le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif.*
- Puis, on divise les distances à zéro.

12 ÷ 4 = 3

(– 16) ÷ (– 2) = 8

– 72 ÷ 8 = – 9

15 ÷ (– 3) = – 5

FRACTIONNAIRES

ADDITION - SOUSTRACTION

Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire :

- On réduit au même dénominateur ;
- On conserve le dénominateur commun ;
- On additionne (ou on soustrait) les numérateurs ;
- On simplifie lorsque c'est possible.

$$-\frac{1}{3}-\frac{5}{12}=-\frac{1\times 4}{3\times 4}-\frac{5}{12}=-\frac{4}{12}-\frac{5}{12}=-\frac{9}{12}=-\frac{\cancel{3}\times 3}{\cancel{3}\times 4}=-\frac{3}{4}$$

$$5-\frac{2}{9}=\frac{5}{1}-\frac{2}{9}=\frac{5\times 9}{1\times 9}-\frac{2}{9}=\frac{45}{9}-\frac{2}{9}=\frac{43}{9}$$

MULTIPLICATION

Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire :

- On simplifie d'abord si c'est possible ;
- On multiplie les numérateurs entre eux ;
- On multiplie les dénominateurs entre eux.

$$\frac{-7}{2}\times\frac{-5}{9}=\frac{-7\times(-5)}{2\times 9}=\frac{35}{18}$$

$$\frac{14}{18}\times\frac{-15}{35}=-\frac{\cancel{7}\times\cancel{2}\times\cancel{5}\times\cancel{3}}{3\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times\cancel{7}\times\cancel{5}}=-\frac{1}{3}$$

ÉCRITURES

INVERSE

L'inverse d'une fraction $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$. Leur produit est égal à 1.

L'inverse de $\frac{7}{4}$ est $\frac{4}{7}$. L'inverse de -9 est $\frac{-1}{9}$.

L'inverse de 0,6 est $\frac{1}{0{,}6}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$.

DIVISION

Pour diviser par un nombre, on multiplie par son inverse.

$$-\frac{2}{5}\div\frac{5}{6}=-\frac{2}{5}\times\frac{6}{5}=-\frac{12}{25}\quad ; \qquad \frac{7}{22}\div\frac{14}{33}=\frac{7}{22}\times\frac{33}{14}=\frac{7\times3\times11}{2\times11\times7\times2}=\frac{3}{4}$$

Attention ! $\dfrac{5}{\frac{2}{3}}\neq\dfrac{\frac{5}{2}}{3}$

$$\frac{5}{\frac{2}{3}}=5\div\frac{2}{3}=5\times\frac{3}{2}=\frac{15}{2}\quad \text{mais} \quad \frac{\frac{5}{2}}{3}=\frac{5}{2}\div3=\frac{5}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$$

CONDUIRE UN CALCUL AVEC DES FRACTIONS

À chaque étape, repérer l'opération prioritaire et calculer en respectant les règles ci-dessus.

$$\frac{4}{5}+\frac{11}{5}\times\frac{8}{33}=\frac{4}{5}+\frac{11\times8}{5\times3\times11}=\frac{4}{5}+\frac{8}{15}=\frac{4\times3}{5\times3}+\frac{8}{15}=\frac{12}{15}+\frac{8}{15}=\frac{20}{15}=\frac{\cancel{5}\times4}{\cancel{5}\times3}=\frac{4}{3}$$

$$\frac{3-\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}\times7}=\frac{\frac{3}{1}-\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}\times\frac{7}{1}}=\frac{\frac{9}{3}-\frac{2}{3}}{\frac{28}{3}}=\frac{\frac{7}{3}}{\frac{28}{3}}=\frac{7}{3}\div\frac{28}{3}=\frac{7}{3}\times\frac{3}{28}=\frac{\cancel{7}\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times\cancel{7}\times4}=\frac{1}{4}$$

PUISSANCES

PUISSANCES D'EXPOSANT POSITIF

Soit $\boldsymbol{n}$ un entier supérieur ou égal à 2.

$$a^n=\underbrace{a\times a\times \dots\dots\dots \times a}_{n \text{ facteurs, tous égaux à } a}$$

$a^1=a$ $\qquad$ $a^0=1$

$2^7=2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=128$ $\qquad$ $49^1=49$ $\qquad$ $32^0=1$

Ne pas confondre :

$(-3)^4=(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)=81$ $\quad$ et $\quad$ $-3^4=-3\times3\times3\times3=-81$

$(-17)^0=1$ $\qquad$ $-17^0=-1$

PUISSANCES D'EXPOSANT NÉGATIF

Soit $\boldsymbol{n}$ un entier supérieur ou égal à 2.

$a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}=\dfrac{1}{a\times a\times\dots\dots\times a}$ $\qquad$ C'est l'inverse de a^n.

$a^{-1}=\dfrac{1}{a}$ $\qquad$ C'est l'inverse de a.

$$2^{-6}=\frac{1}{2^6}=\frac{1}{2\times2\times2\times2\times2\times2}=\frac{1}{64}$$

$$(-2)^{-6}=\frac{1}{(-2)^6}=\frac{1}{(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)}=\frac{1}{64}$$

$$-2^{-6}=-\frac{1}{2^6}=-\frac{1}{2\times2\times2\times2\times2\times2}=-\frac{1}{64}$$

C'est l'opposé de 2^{-6}.

PUISSANCES DE 10

PUISSANCES DE 10, DÉFINITIONS

Soit n un entier supérieur ou égal à 2.

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots\dots \times 10}_{n \text{ facteurs, tous égaux à } 10} = \underbrace{100 \dots. 000}_{n \text{ chiffres « 0 » en tout}}$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}000\dots\dots0001}_{n \text{ chiffres « 0 » en tout}}$$ C'est l'inverse de 10^n.

$10^1 = 10$ $\quad$ $10^0 = 1$ $\quad$ $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$: c'est l'inverse de 10.

$10^8 = 100\ 000\ 000$

$10^{-7} = 0{,}000\ 000\ 1$

$10^4 = 10\ 000$ = **dix mille**

$10^{-4} = 0{,}000\ 1 = \frac{1}{10^4}$ = un **dix-mill**ième

10^3 = mille	10^6 = un million	10^9 = un milliard
10^{-3} = un millième	10^{-6} = un millionième	10^{-9} = un milliardième

PUISSANCES DE 10, PROPRIÉTÉS

m et n sont deux nombres entiers

$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$

$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$

$(10^m)^n = 10^{m \times n}$

$10^4 \times 10^9 = 10^{4+9} = 10^{13}$ $\qquad$ $10^2 \times 10^{-5} = 10^{2+(-5)} = 10^{-3}$

$\frac{10^3}{10^{14}} = 10^{3-14} = 10^{-11}$ $\qquad$ $\frac{10^{-2}}{10^{-6}} = 10^{-2-(-6)} = 10^{-2+6} = 10^4$

$(10^{-4})^{-3} = 10^{-4 \times (-3)} = 10^{12}$

NOTATION SCIENTIFIQUE

La notation scientifique d'un nombre décimal est la seule écriture de la forme $a \times 10^n$ dans laquelle le nombre a s'écrit avec un seul chiffre différent de zéro avant la virgule et n est un nombre entier relatif.

$2\ 870\ 000 = 2{,}87 \times 10^6$ (nombre plus grand que 1, exposant positif)

$0{,}000\ 04 = 4 \times 10^{-5}$ (nombre plus petit que 1, exposant négatif)

$0{,}05\ 4 \times \mathbf{10^7} = 5{,}4 \times 10^{-2} \times \mathbf{10^7} = 5{,}4 \times 10^5$

CALCUL LITTERAL

EXPRESSION LITTÉRALE

Une expression littérale est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des lettres.

Exemple : Calculer l'expression $A = 2x^2 - 5x - 9$ pour $x = -1$:

On rétablit les signes × sous-entendus : $A = 2 \underline{\times} x^2 - 5 \underline{\times} x - 9$

On remplace x par la valeur donnée : $A = 2 \times \mathbf{(-1)}^2 - 5 \times \mathbf{(-1)} - 9$

On calcule en respectant les priorités : $A = 2 \times \mathbf{1} - 5 \times \mathbf{(-1)} - 9 = 2 + 5 - 9 = -2$

DÉVELOPPER ET RÉDUIRE UNE EXPRESSION LITTÉRALE

Simple distributivité : **k**(a + b) = **k**a + **k**b

Double distributivité : (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd

Pour additionner une somme algébrique, on additionne chacun de ses termes.

Pour soustraire une somme algébrique, on soustrait chacun de ses termes.

$7(x+2) = 7x + 14$ $\qquad$ $3(9-y) = 27 - 3y$ $\qquad$ $-4(x-8) = -4x + 32$

$(3x+5)(x+9) = 3x^2 + 27x + 5x + 45 = 3x^2 + 32x + 45$

$(2x-7)(1-3x) = 2x - 6x^2 - 7 + 21x = -6x^2 + 23x - 7$

$3x - 4 + (7 - 5x) = 3x - 4 + 7 - 5x = -2x + 3$ (on ajoute 7, on ajoute $-5x$)

$3x - 4 - (7 - 5x) = 3x - 4 - 7 + 5x = 8x - 11$ (on soustrait 7, on soustrait $-5x$)

FACTORISER UNE EXPRESSION LITTÉRALE

ka + **k**b = **k**(a + b)

$5x + 20 = \mathbf{5 \times} x + \mathbf{5 \times} 4 = \mathbf{5}(x + 4)$ $\quad 8x - 3x^2 = 8 \mathbf{\times x} - 3x \mathbf{\times x} = \mathbf{x}(8 - 3x)$

ÉQUATIONS

RÉSOLUTION D'ÉQUATION

En général :

- On développe et réduit chaque membre.
- On regroupe tous les termes en x dans un membre et tous les termes numériques dans l'autre membre en utilisant la propriété suivante :
  Lorsqu'on additionne (ou on soustrait) un même nombre à chaque membre d'une égalité, on obtient une autre égalité :
  Si a = b alors a + c = b + c et a – c = b – c
- On arrive à « x =… » en utilisant la propriété suivante :
  Lorsqu'on multiplie (ou on divise) par un même nombre chaque membre d'une égalité, on obtient une autre égalité :
  Si a = b alors a × c = b × c et $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

Résoudre $7(x - 4) = 3(2 + 3x)$

$7x - 28$	=	$6 + 9x$	On développe et réduit
$7x - 28 \mathbf{- 9x}$	=	$6 + 9x \mathbf{- 9x}$	On soustrait **9x** à chaque membre
$- 2x - 28$	=	6	
$- 2x - 28 \mathbf{+ 28}$	=	$6 \mathbf{+ 28}$	On additionne **28** à chaque membre
$- 2x$	=	34	
$\frac{-2x}{-2}$	=	$\frac{34}{-2}$	On divise chaque membre par **– 2**
x	=	$- 17$	

On peut vérifier en remplaçant x par la valeur trouvée ds chaque membre :

Membre de gauche = 7 × (**– 17** – 4) = 7 × (– 21) = – 147

Membre de droite = 3 × (2 + 3 × (**– 17**)) = 3 × (2 – 51) = 3 × (– 49) = – 147

COMPARAISON DE DEUX NOMBRES RELATIFS

PRODUITS EN CROIX

a, b, c et d sont quatre nombres relatifs, b et d étant différents de 0.

- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $ad = bc$. Si $ad = bc$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Pour comparer $\frac{266}{441}$ et $\frac{126}{191}$, on peut calculer les produits en croix :

266 × 191 = 50 806

441 × 126 = 55 566

$266 \times 191 \neq 441 \times 126$ donc $\frac{266}{441} \neq \frac{126}{191}$

SIGNE DE LA DIFFÉRENCE

Pour comparer deux nombres relatifs, on peut étudier le signe de leur différence.

- Si $a = b$ alors $a - b = 0$. Si $a - b = 0$ alors $a = b$.
- Si $a < b$ alors $a - b < 0$. Si $a - b < 0$ alors $a < b$. (vrai avec $>, \leq, \geq$).

Comparer $\frac{2x+3}{10}$ et $\frac{x+5}{5}$. On calcule leur différence :

$\frac{2x+3}{10} - \frac{x+5}{5} = \frac{2x+3}{10} - \frac{2(x+5)}{10} = \frac{2x+3-2x-10}{10} = \frac{-7}{10} < 0$ donc $\frac{2x+3}{10} < \frac{x+5}{5}$

ORDRE, ADDITION ET SOUSTRACTION

Les nombres $\boldsymbol{a + c}$ et $\boldsymbol{b} + c$ sont rangés dans le même ordre que $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$:

Si $\boldsymbol{a < b}$ alors $\boldsymbol{a + c < b + c}$ (vrai également avec $>, \leq, \geq$).

Les nombres $\boldsymbol{a - c}$ et $\boldsymbol{b - c}$ sont rangés dans le même ordre que $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$:

Si $\boldsymbol{a < b}$ alors $\boldsymbol{a - c < b - c}$ (vrai également avec $>, \leq, \geq$).

Le nombre n vérifie : $n + 1 \leq 5$. Que peut-on dire de $n + 2$? de $n - 3$?

$n + 1$	$\leq$	5	$n + 1$	$\leq$	5
$n + 1 \mathbf{+ 1}$	$\leq$	$5 \mathbf{+ 1}$	$n + 1 \mathbf{- 4}$	$\leq$	$5 \mathbf{- 4}$
$n + 2$	$\leq$	6	$n - 3$	$\leq$	1

ORDRE ET MULTIPLICATION

Lorsque $\boldsymbol{c}$ est strictement positif, les nombres $\boldsymbol{ac}$ et $\boldsymbol{bc}$ sont rangés dans le même ordre que $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$:

Si $\boldsymbol{c > 0}$ et $\boldsymbol{a < b}$ alors $\boldsymbol{ac < bc}$

Lorsque $\boldsymbol{c}$ est strictement négatif, les nombres $\boldsymbol{ac}$ et $\boldsymbol{bc}$ sont rangés dans l'ordre contraire de $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$:

Si $\boldsymbol{c < 0}$ et $\boldsymbol{a < b}$ alors $\boldsymbol{ac > bc}$

Le nombre n vérifie : $n > -3$. Que peut-on dire de $5n$? de $-12n$?

n	$>$	-3	n	$>$	-3	
$\mathbf{5 \times} n$	$>$	$\mathbf{5 \times} (-3)$	$\mathbf{-12 \times} n$	$<$	$\mathbf{-12 \times} (-3)$	On inverse l'ordre
$5n$	$>$	-15	$-12n$	$<$	36	car **– 12 < 0**

ENCADREMENTS

a* < *n* < *b est un encadrement d'amplitude ***b* – *a*** du nombre ***n***.
8 < 8,37 < 9 est un encadrement à l'unité (9 – 8 = 1) du nombre **8,37**.
Le nombre de gauche, **8**, s'appelle **valeur approchée par défaut à l'unité près**, ou **troncature à l'unité** du nombre **8,37**.
Le nombre de droite, **9**, s'appelle **valeur approchée par excès à l'unité près** du nombre **8,37**.
La valeur la plus proche s'appelle **arrondi à l'unité** de **8,37.** C'est **8** (le chiffre des **dixièmes** est strictement inférieur à 5)

8,3 < 8,37 < 8,4 est un encadrement au dixième (8,4 – 8,3 = 0,1) du nombre **8,37**.
Le nombre de gauche, **8,3**, s'appelle **valeur approchée par défaut au dixième près**, ou **troncature au dixième** du nombre **8,37**.
Le nombre de droite, **8,4**, s'appelle **valeur approchée par excès au dixième près** du nombre **8,37**.
La valeur la plus proche s'appelle **arrondi au dixième.** C'est **8,4** (le chiffre des **centièmes** est supérieur ou égal à 5)

ROPORTIONNALITÉ, VITESSES, POURCENTAGES

TABLEAU DE PROPORTIONNALITÉ

Un tableau est un tableau de proportionnalité lorsque l'on passe des valeurs de la première ligne aux valeurs correspondantes de la deuxième ligne en multipliant toujours par le même nombre. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

6	11	15
9	16,5	22,5

est un tableau de proportionnalité car $\frac{9}{6} = \frac{16{,}5}{11} = \frac{22{,}5}{15} = 1{,}5$

QUATRIÈME PROPORTIONNELLE

a	***c***
b	***d***

Dans un tableau de proportionnalité, les produits en croix sont égaux : ***ad* = *bc***.

161	35
391	**?**

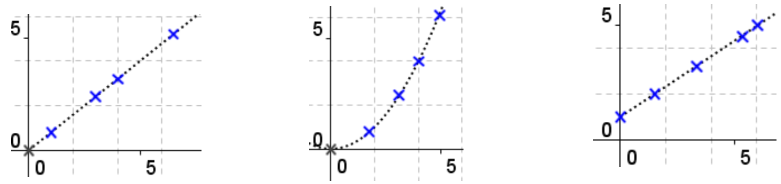
On utilise les produits en croix pour trouver le quatrième nombre :

161 × **?** = 391 × 35 donc **?** = $\frac{391 \times 35}{161} = 85$

PROPORTIONNALITÉ ET REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Un graphique représente une situation de proportionnalité lorsque tous les points sont alignés avec l'origine du repère.

Ci-contre, seul le premier graphique traduit une situation de proportionnalité.



VITESSE MOYENNE

La vitesse moyenne sur un trajet est le quotient de la distance parcourue par la durée du trajet : ***v*** = $\frac{d}{t}$ donc ***d* = *v* × *t*** et ***t*** = $\frac{d}{v}$.

Un véhicule parcourt 170 km en 2 h et demie (=2,5h).
Sa vitesse moyenne est de ***v*** = $\frac{d}{t} = \frac{170}{2{,}5} = 68$ km/h.

HEURES DÉCIMALES

Pour des calculs de vitesses, la durée doit être exprimée en heures décimales.
1h = 60 min.

3 h 42 min = 3 h + $\frac{42}{60}$ h = 3 h + 0,7 h = 3,7 h
2,9 h = 2 h + 0,9 h = 2 h + 0,9 × 60 min = 2 h 54 min

POURCENTAGES ET RÉUNION DE DEUX GROUPES

Attention ! Il ne faut pas faire la moyenne des pourcentages !

Exemple : 60 % des 305 filles d'un collège sont demi-pensionnaires, et 90 % des 370 garçons. Quel est le pourcentage d'élèves demi-pensionnaires ?

On calcule le nombre de filles DP ($305 \times \frac{60}{100} = 183$) et le nombre de garçons DP ($370 \times \frac{90}{100} = 333$ **)**. Le pourcentage global de DP est :

$\frac{nb\ total\ de\ DP}{nb\ total\ d'élèves} \times 100 = \frac{183 + 333}{305 + 370} \times 100 = \frac{516}{675} \times 100 \approx 76{,}4$ %

MOYENNES

MOYENNE

La moyenne d'une série de valeurs est le nombre obtenu :

- En additionnant toutes les valeurs ;
- Puis en divisant cette somme par l'effectif total de la série.

La moyenne des nombres : 4 ; 5 ; 4,5 ; 6 ; 8 ; 6,7 ; 5 est égale à :

$$\frac{4+5+4{,}5+6+8+6{,}7+5}{7}=\frac{39{,}2}{7}=5{,}6$$

MOYENNE PONDÉRÉE

La moyenne d'une série de valeurs, pondérée par les effectifs, est le nombre obtenu :

- En multipliant chaque valeur par son effectif (ou coefficient) ;
- En additionnant tous les résultats obtenus ;
- Puis en divisant cette somme par l'effectif total (ou la somme des coefs).

Température relevée	5	9	10	14	15
Nombre de jours	1	4	2	5	2

La température moyenne est de :

$$\frac{1\times5+4\times9+2\times10+5\times14+2\times15}{1+4+2+5+2}=\frac{5+36+20+70+30}{14}=\frac{161}{14}=11{,}5\,°$$

TABLEUR

	A	B	C	D
1				
2				
3				

Dans un tableur, chaque case s'appelle une **cellule** et est repérée par une lettre et un nombre. Ci-dessus, la cellule en surbrillance est la cellule **C2**.

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					

- Un groupe de cellules adjacentes s'appelle une plage de cellules. Ici, la plage de cellules s'appelle B2 :D2 (« **:** » signifie « **jusqu'à** », « **;** » signifie « **et** »).
- Un tableur permet d'effectuer des calculs à partir des nombres situés dans les cellules.
- Le contenu d'une cellule dans laquelle on veut effectuer un calcul doit commencer par le signe « = ». On utilise ensuite les signes opératoires du pavé numérique (+, - , * , /), ou des fonctions déjà définies : =SOMME( ), =PRODUIT( ), =MOYENNE( ), etc…
- On n'écrit jamais le nombre que l'on veut utiliser mais l'adresse de la cellule dans laquelle il se trouve. Ainsi, si l'on change le nombre, le calcul est mis à jour automatiquement. Pour cela, on tape l'adresse de la cellule ou on clique directement sur la cellule. On appuie sur entrée pour valider la formule.
- On peut copier-coller une formule, ou utiliser la poignée de recopie (petit carré noir en bas, à droite de la cellule), la formule contenue dans la cellule sera automatiquement décalée vers la ligne ou la colonne de destination.
- Un décalage non souhaité peut être neutralisé en utilisant le signe « $ » devant la lettre de la colonne et/ou devant le numéro de ligne (ex : $A5 ; C$8 ; F3).

C1 | fx =A1+B1

	A	B	C
1	247	359	606

Pour afficher le résultat de 247 + 359 dans la cellule C1, on tape « =A1+B1 ».

A9 | fx =SOMME(A1:A8)

	A	B	C	D
1	42	74	38	
2	37	87	41	
3	28	97	65	
4	54	35	68	
5	38	26	39	
6	27	81	44	
7	19	20	57	
8	44	16	82	
9	289			

Lorsque le nombre de valeurs à additionner est grand, on utilise la fonction =SOMME( ).

Pour additionner le contenu des cellules A1 jusqu'à A8, on tapera =SOMME(A1 :A8).

Puis on tirera vers la droite la poignée de recopie afin d'additionner le contenu des cellules B1 à B8, et C1 à C8.

E2 | fx =SOMME(B2:D2)

	A	B	C	D	E
1	**LV1**	**anglais**	**espagnol**	**allemand**	**TOTAL**
2	**effectif**	18	7	3	28
3	**Fréquence (en %)**				

Le total, en E2, s'obtient en tapant la formule =SOMME(B2 :D2).

Le pourcentage d'élèves anglais LV1 s'obtient en effectuant $\frac{effectif}{effectif\ total}\times100$.

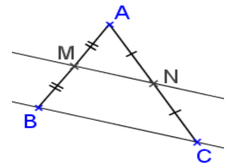
En B3, on tapera =B2/$E2*100. Grâce au signe $, lorsqu'on utilisera la poignée de recopie, B2 deviendra C2 mais E2 ne deviendra pas F2.

TRIANGLES, MILIEUX ET PARALLÈLES

Dans un triangle, **SI** une droite passe par les milieux de deux côtés **ALORS** elle est parallèle au troisième côté.

Cette propriété sert à démontrer que deux droites sont parallèles.

__On sait que :__
ABC est un triangle.
M est le milieu de [AB].
N est le milieu de [AC].

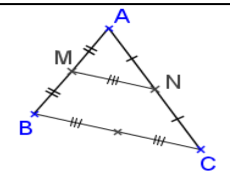


__On en déduit que :__
(MN) // (BC).

Dans un triangle, **SI** un segment joint les milieux de deux côtés **ALORS** il mesure la moitié du troisième côté.

Cette propriété sert à calculer la longueur d'un segment.

__On sait que :__
ABC est un triangle.
M est le milieu de [AB].
N est le milieu de [AC].

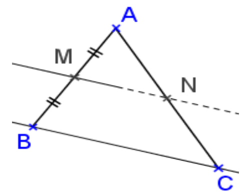


__On en déduit que :__
MN = $\frac{BC}{2}$.

Dans un triangle, **SI** une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté **ALORS** elle coupe le troisième côté en son milieu.

Cette propriété sert à démontrer qu'un point est le milieu d'un segment.

__On sait que :__
ABC est un triangle.
M est le milieu de [AB].
(MN) // (BC).
(MN) coupe [AC] en N.

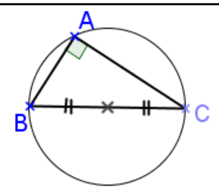


__On en déduit que :__
N est le milieu de [AC].

TRIANGLES ET CERCLES

SI un triangle est rectangle **ALORS** son cercle circonscrit a pour diamètre l'hypoténuse (en d'autres termes, le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse)

__On sait que :__
ABC est un triangle rectangle en A.

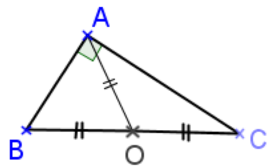


__On en déduit que :__
[BC] est un diamètre du cercle circonscrit au triangle (ou le milieu de [BC] est le centre du cercle circonscrit au triangle).

SI un triangle est rectangle **ALORS** la médiane relative à l'hypoténuse mesure la moitié de l'hypoténuse.

Cette propriété sert à calculer la longueur d'un segment.

__On sait que :__
ABC est un triangle rectangle en A.

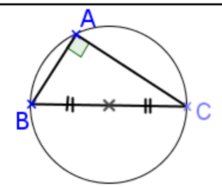


__On en déduit que :__
OA = OB = OC = $\frac{BC}{2}$

SI un triangle est inscrit dans un cercle qui a pour diamètre l'un de ses côtés **ALORS** ce triangle est rectangle.

Cette propriété sert à démontrer qu'un triangle est rectangle.

__On sait que :__
Le point A appartient au cercle de diamètre [BC].

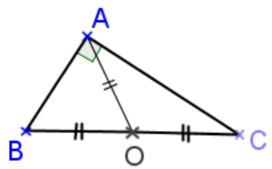


__On en déduit que :__
Le triangle ABC est rectangle en A.

SI dans un triangle, la médiane relative à un côté mesure la moitié de ce côté **ALORS** ce triangle est rectangle.

Cette propriété sert à démontrer qu'un triangle est rectangle.

__On sait que :__
OA = OB = OC = $\frac{BC}{2}$

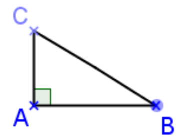


__On en déduit que :__
Le triangle ABC est rectangle en A.

THÉORÈME DE PYTHAGORE

ÉGALITÉ DE PYTHAGORE

Un triangle rectangle, c'est un triangle dans lequel le carré de la longueur du plus long côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.



Dire que le triangle **A**BC est rectangle en **A** revient à dire que BC² = **A**B² + **A**C².

L'égalité que BC² = **A**B² + **A**C² s'appelle **égalité de Pythagore**.

APPLICATION 1 : CALCUL DE LONGUEUR

On sait que le triangle est rectangle, on peut écrire l'égalité de Pythagore.

Figure 1 :

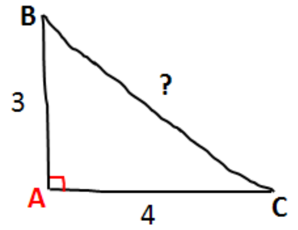


Figure 2 :

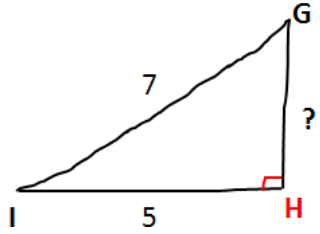


Figure 1 :

Le triangle **A**BC est rectangle en **A**, on peut écrire l'égalité de Pythagore :

BC² = **A**B² + **A**C²

BC² = 3² + 4²

BC² = 9 + 16

BC² = 25

BC = $\sqrt{25}$ = 5

Figure 2 :

Le triangle G**H**I est rectangle en **H**, on peut écrire l'égalité de Pythagore :

GI² = **H**G² + **H**I²

7² = **H**G² + 5²

49 = **H**G² + 25

HG² = 49 – 25 = 24

HG = $\sqrt{24} \approx$ 4,9 arrondi au dixième

APPLICATION 2 : DÉMONTRER QU'UN TRIANGLE EST OU N'EST PAS RECTANGLE

On connaît les longueurs des trois côtés, on fait des calculs séparés pour savoir si l'égalité de Pythagore est vérifiée ou non(attention, on garde des valeurs exactes).

Figure 3 :

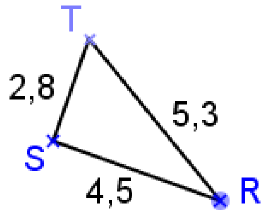


Figure 4 :

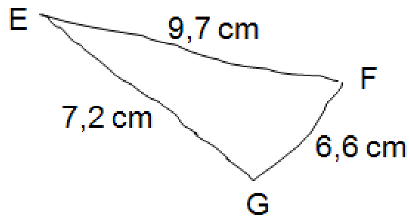


Figure 3 :

Le plus long côté est [RT], on fait des calculs séparés :

RT² = 5,3² = 28,09

SR² + **S**T² = 2,8² + 4,5² = 20,25 + 7,84 = 28,09

L'égalité de Pythagore est vérifiée :

RT² = **S**R² + **S**T² donc le triangle R**S**T est rectangle en **S**.

Figure 4 :

Le plus long côté est [EF], on fait des calculs séparés :

EF² = 9,7² = 94,09

GE² + **G**F² = 7,2² + 6,6² = 51,84 + 43,56 = 95,4

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée :

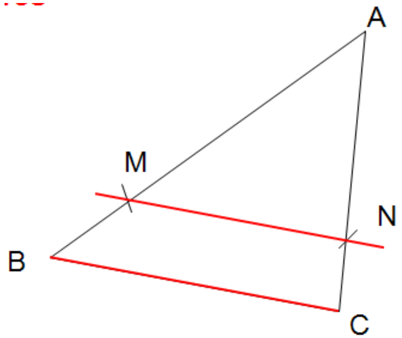
EF² ≠ **G**E² + **G**F² donc le triangle EF**G** n'est pas rectangle.

THÉORÈME DE THALÈS

SI, dans un triangle ABC :

- Les points A, M et B sont alignés ;
- Les points A, N et C sont alignés ;
- (MN) // (BC) ;

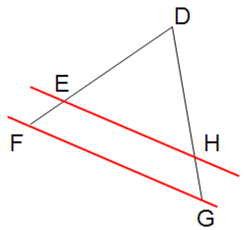
ALORS : $\dfrac{\mathbf{AM}}{\mathbf{AB}} = \dfrac{\mathbf{AN}}{\mathbf{AC}} = \dfrac{\mathbf{MN}}{\mathbf{BC}}$



(A étant le sommet commun aux deux triangles)

Les longueurs des côtés du petit triangle sont proportionnelles aux longueurs des côtés correspondants du grand triangle.

DH = 3 cm ; DG = 4 cm ; DF = 9 cm ; EH = 4,5 cm ; (EH) // (FG). Calculer DE et FG.



Dans le triangle DFG :

- Les points D, E et F sont alignés ;
- Les points D, H et G sont alignés ;
- (EH) // (FG)

Donc d'après le théorème de Thalès : $\dfrac{DE}{DF} = \dfrac{DH}{DG} = \dfrac{EH}{FG}$ soit $\dfrac{DE}{9} = \dfrac{3}{4} = \dfrac{4{,}5}{FG}$

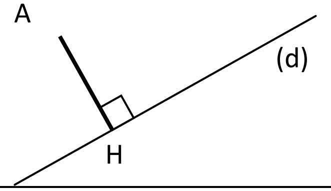
Pour calculer DE, on utilise $\dfrac{DE}{9} = \dfrac{3}{4}$ et on effectue les produits en croix :

$DE = \dfrac{3 \times 9}{4}$ = 6,75 cm. De même $FG = \dfrac{4 \times 4{,}5}{9}$ = 6 cm.

DISTANCE, TANGENTE, BISSECTRICE

DISTANCE D'UN POINT À UNE DROITE

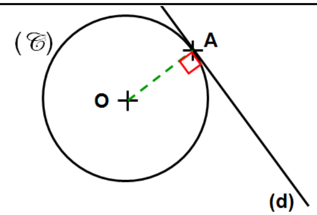
La distance d'un point à une droite est la plus petite distance entre ce point et un point de la droite.
La distance du point A à la droite (d) est la longueur AH
où H est le point de la droite (d) tel que (AH) $\perp$ (d).



Remarque : Si A $\in$(d), la distance du point A à la droite (d) est égale à 0.

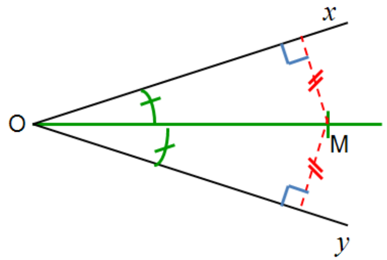
TANGENTE À UN CERCLE

Lorsqu'un cercle et une droite ont un seul point d'intersection, on dit que la droite est tangente au cercle en ce point.
La tangente à un cercle en un point du cercle est perpendiculaire en ce point au rayon.



BISSECTRICE D'UN ANGLE

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.
Propriété 1 : **SI** un point appartient à la bissectrice d'un angle **ALORS** il est équidistant des côtés de cet angle.
Propriété 2 : **SI** un point est équidistant des côtés d'un angle **ALORS** il appartient à la bissectrice de cet angle.

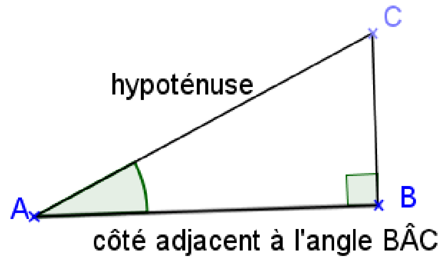


TRIANGLE RECTANGLE ET COSINUS

COSINUS D'UN ANGLE AIGU

Dans un triangle rectangle, l'un des côtés d'un angle aigu est l'hypoténuse du triangle. L'autre côté de l'angle s'appelle **côté adjacent à l'angle**.
Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.

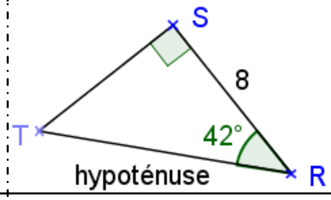
$$\cos \widehat{BAC} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{BAC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AB}{AC}$$



APPLICATION 1 : CALCUL DE LONGUEUR

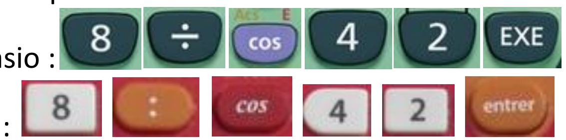
Dans le triangle RST rectangle en S : $\cos \widehat{SRT} = \frac{RS}{RT}$ soit $\cos 42° = \frac{8}{RT}$

$RT = \frac{8}{\cos 42°} \approx 10{,}8$ (valeur arrondie au dixième).



S'assurer que la calculatrice est en mode **DEGRÉS**.

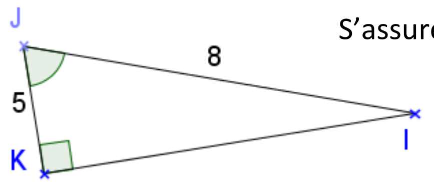
Casio :
TI :



APPLICATION 1 : CALCUL DE MESURE D'ANGLE

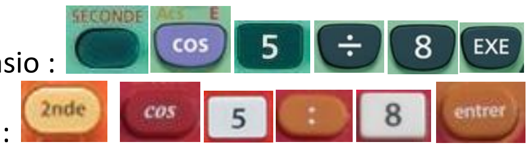
Dans le triangle IJK rectangle en K : $\cos \widehat{IJK} = \frac{JK}{JI}$ soit $\cos \widehat{IJK} = \frac{5}{8}$

La calculatrice donne : $\widehat{IJK} \approx 51°$ (valeur arrondie à l'unité).



S'assurer que la calculatrice est en mode **DEGRÉS**.

Casio :
TI :

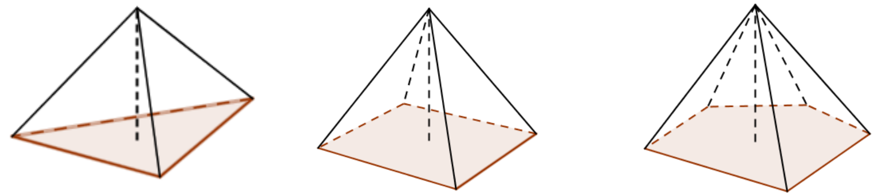


PYRAMIDES ET CÔNES

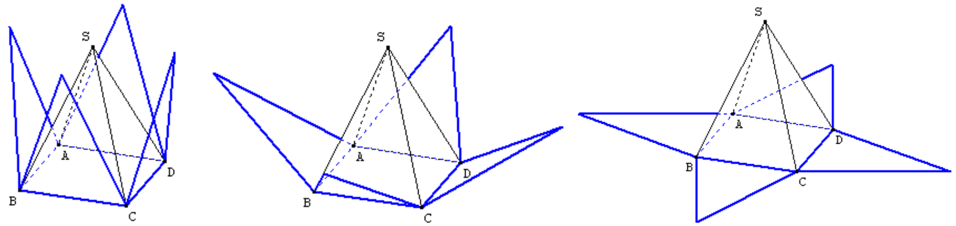
PYRAMIDE, DEFINITION

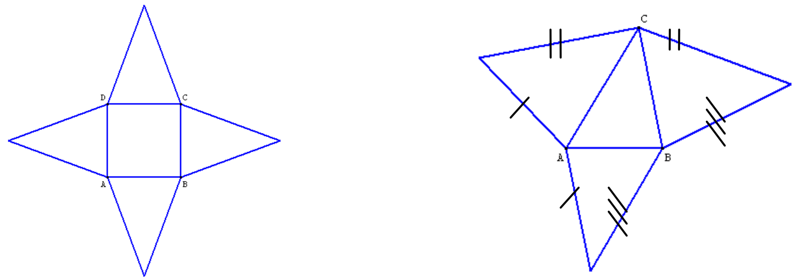
Une pyramide est un solide délimité par un polygone, appelé **base** de la pyramide, et des faces triangulaires (= **faces latérales**) ayant un sommet commun, appelé **sommet** de la pyramide.

La distance entre le sommet et la base est la **hauteur** de la pyramide.



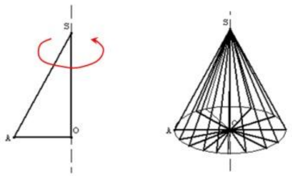
PYRAMIDE, PATRON



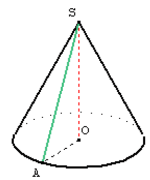


CÔNE

Un cône de révolution est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit.



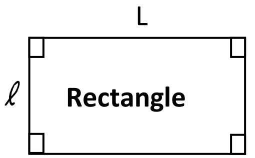
La **base** du cône est le disque de centre O et de rayon OA.
Le point S est le **sommet** du cône.
Le segment [SA] est une **génératrice** du cône.
Le segment [SO] (ou la longueur SO) est la **hauteur** du cône.
La droite (SO) est l'**axe** du cône.



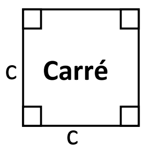
PÉRIMÈTRES, AIRES ET VOLUMES

PÉRIMÈTRES

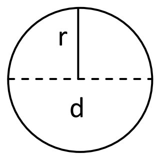
Le périmètre d'une figure est la longueur de son contour.



P = $\mathbf{2 \times L + 2 \times \ell}$
= $\mathbf{2 \times (L + \ell)}$



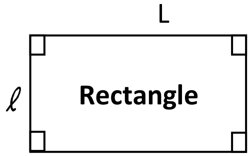
P = $\mathbf{4 \times c}$



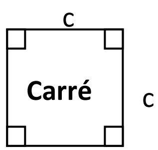
Cercle :

P = $\mathbf{d \times \pi}$
= $\mathbf{2 \times r \times \pi}$

AIRES

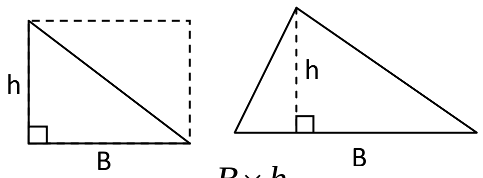


A = $\mathbf{L \times \ell}$



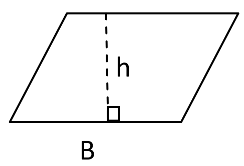
A = $\mathbf{c \times c = c^2}$

Triangles

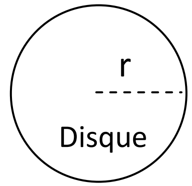


$$\mathbf{A} = \frac{B \times h}{2}$$

Parallélogramme



A = $\mathbf{B \times h}$

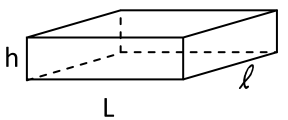


A = $\mathbf{\pi \times r^2}$

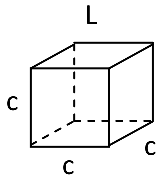
VOLUMES

Pour les <u>**solides droits**</u> :

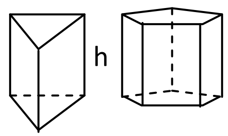
V = Aire de Base × Hauteur



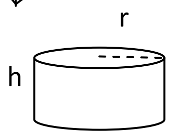
Pavé droit
V = $\mathbf{L \times \ell \times h}$



Cube
V = $\mathbf{c \times c \times c = c^3}$

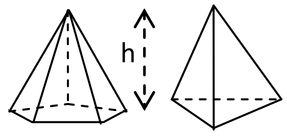


Prisme
V = $\mathbf{A_{base} \times h}$

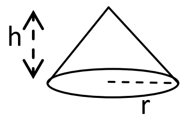


Cylindre
V = $\mathbf{\pi \times r^2 \times h}$

Pour les <u>**solides pointus**</u> : $$\mathbf{V} = \frac{Aire\ de\ Base \times hauteur}{3}$$



Pyramide
$$V = \frac{A_{base} \times h}{3}$$



Cône
$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$